PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

OPCIÓ A

Tots el problemes tenen la mateixa puntuació

PROBLEMA 1:

a) Prova que, per a tot $n \geq 1$, $n \in \mathbb{Z}$, $n(n^2+5)$ és divisible entre 6.
b) Demostra que la fracció $\frac{4n+5}{2n+3}$ és irreductible per a qualsevol $n \in \mathbb{N}$.

PROBLEMA 2:

Dues persones A i B juguen un partit de tennis entre ells. Per tal de guanyar un joc en tennis, s'han de guanyar un mínim de quatre punts i s'ha d'aconseguir que la diferència de punts entre els dos jugadors sigui de dos o més punts. En aquest partit concret, la probabilitat que el jugador A guanyi un punt és constant i igual a p (i, per tant, la probabilitat que el jugador B guanyi un punt és constant i igual a $q = 1 - p$). Calcula:

a) Les probabilitats que A guanyi un joc per 4-0, per 4-1 i per 4-2.

b) La probabilitat que s'arribi a un resultat 3-3 (*deuce*).

c) La probabilitat que A guanyi un joc sabent que el marcador és 3-3-i que s'ha de guanyar per dos punts de diferència.

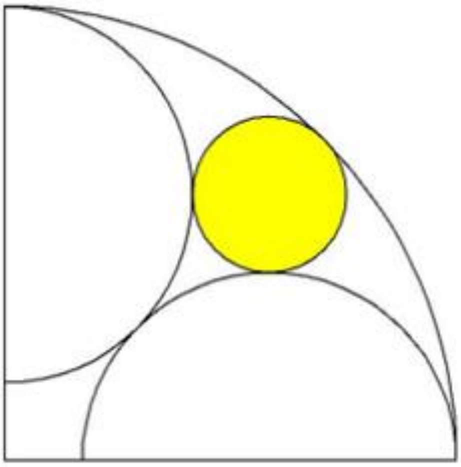
d) La probabilitat que A guanyi un joc, amb qualsevol resultat.

PROBLEMA 3:

La regió *R* queda compresa entre la part positiva dels eixos coordinats i la corba $y = cos\, x$ para $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Troba el valor del paràmetre a per tal que la corba $y = a \cdot sin\, x$ divideixi la regió *R* en dues parts d'igual àrea.

PROBLEMA 4:

En la figura següent, calcula el radi de la circumferència pintada en funció del radi de la circumferència major.



Les dues semicircumferències mitjanes tenen el mateix radi i tots els arcs són tangents entre sí.

PROBLEMA 5:

En $\mathbb{R}^3$ es considera el pla π d'equació $x + y + z = 0$. Es considera la transformació lineal $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que a cada punt P li fa correspondre un punt $f(P)$ de manera que el punt mitjà del segment $\overline{Pf(P)}$ és el punt P', simètric de P respecte el pla π.

a) Interpreta geomètricament la transformació f.

b) Determina una base ortonormal en la qual la matriu associada a f sigui diagonal. Determina també la matriu associada a f en aquesta base.

c) Calcula la matriu de f en la base canònica.

d) Es considera el punt P de coordenades $P(2,2,3)$. Calcula les coordenades del punt $f^{10}(P)$.

e) Es considera la qüestió:

A partir del punt $P(2,2,3)$, calcula les coordenades de $f(P)$.

Ubica aquesta qüestió en el currículum de batxillerat, resol la qüestió en aquest context, de manera detallada i tot indicant els coneixements previs necessaris.

Carrer del Ter, 16, 1r
07009 Palma
971 17 78 00
educacioiuniversitat.caib.es